

Banco de Heurísticas para resolver problemas de matemáticas

Ruta Pioneros PTA

En el banco de heurísticas se presentan tarjetas agrupadas según su utilidad al resolver un problema, por ejemplo, las heurísticas que sirven para **visualizar el problema**, las que sirven para **explorar el problema** y aquellas relacionadas con **reformular el problema**.

Cada tarjeta contiene una heurística y un ejemplo de cómo usarla para resolver un problema. Use las tarjetas para recordar las heurísticas cuando trabaje con problemas del calendario.

Banco de heurísticas

Hemos elegido 12 heurísticas específicas para trabajar en el calendario. Recuerde que un mismo problema permite más de una heurística y de hecho es una buena práctica utilizar más de una si es posible.



Visualización

- V1** Utilizar códigos de texto, color y subrayado
- V2** Utilizar material concreto, dibujos o diagramas
- V3** Hacer listas o tablas
- V4** Utilizar el modelo de barras



Exploración

- E1** Ensayo y error
- E2** Personificar las acciones
- E3** Buscar patrones
- E4** Hacer suposiciones



Reformulación

- R1** Reformular el problema
- R2** Pensar en un problema más simple
- R3** Pensar en un problema parecido
- R4** Trabajar hacia atrás

Modelación de la solución del problema

“Vamos a subrayar la información del enunciado con distintos colores...”

Esta estrategia consiste en subrayar o resaltar diferentes partes del enunciado (y también del diagrama o dibujo que se presenta) para identificar la información dada y lo que se pide. Se puede subrayar utilizando distintos colores para fácilmente distinguir tipos de información.

Ejemplo



En una calle hay bicicletas y carros. La proporción entre bicicletas y carros es de 3 a 2. Si hay 14 carros, ¿cuántas bicicletas hay?

Uso de la heurística: Podemos utilizar códigos de color subrayando la información de bicicletas con un color, y de carros con otro color: En una calle hay **bicicletas** y **carros**. La proporción entre bicicletas y carros es de **3** a **2**. Si hay **14 carros**, ¿**cuántas bicicletas** hay?

Con estos códigos de color es mucho más fácil leer el problema y hacer un plan para resolverlo.

V2 Utilizar el modelo de barras

El modelo de barras es una herramienta poderosa y flexible para representar problemas con cantidades en las que debemos realizar operaciones numéricas. El modelo nos permite verificar si realmente comprendemos el problema y, cuando tenemos el modelo, se hace evidente el paso o pasos a seguir para encontrar lo que se nos pide.

Ejemplo

En una calle hay bicicletas y carros. La proporción entre bicicletas y carros es de 3 a 2. Si hay 14 carros, ¿cuántas bicicletas hay?

Uso de la heurística: Un modelo de barras correspondiente al problema es el siguiente (ilustramos el proceso de construcción):



A partir del modelo de barras podemos ver que hay 21(7 7 7) bicicletas.

V3 Utilizar material concreto, dibujos o diagramas

Haz un dibujo para expresar lo que dice el problema ¿Cómo puedes visualizar el problema utilizando fichas y objetos?

Esta estrategia consiste en ayudarse de representaciones visuales o con manipulables que ayuden a comprender mejor el problema y las conexiones entre sus distintas partes. Al representar el problema que complementa al texto, reparamos en cosas que no habíamos caído en cuenta, precisamos información que tal vez no nos era clara, y se nos abre la puerta para trazar una ruta de solución. Además esta heurística es útil en la fase de comprobación: una vez resuelto el problema, podemos incluir la información de la respuesta a la representación y ver si es razonable.

Ejemplo

Distribuiremos 26 canecas en 5 camiones: en el primer camión se pondrán menos de 4. El resto de canecas se repartirá equitativamente entre los camiones restantes. ¿Cuántas canecas deben colocarse en el primer camión?



Uso de la heurística: Utilizamos cinco vasitos, de los cuales uno es distinto. Cada vasito representa un camión. Tomamos 26 fichas que representan las canecas. Ahora podemos trabajar en este problema de muchas formas posibles. Por ejemplo, comenzar a distribuir las fichas equitativamente entre los 4 camiones.

V4 Hacer listas o tablas

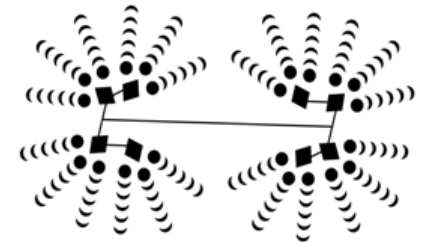
Vamos a relacionar las cantidades haciendo una tabla...

Esta estrategia consiste en hacer una lista o tabla relacionada con datos del problema para ordenar cantidades, completar información que se pueda deducir, encontrar patrones o regularidades y buscar relaciones. Este ejercicio de sistematización de información nos da luces para la resolución del problema.

Ejemplo

En la figura se muestran varios rombos, círculos y medialunas. ¿Cuántas medialunas hay en la figura de abajo?

Rombos	Círculos	Medialunas
1	3	15
2	6	30
4	12	60
8	24	120
16	48	240



Uso de la heurística: Podemos hacer una tabla que relacione cantidades de las figuras, que crecen de manera proporcional. Del dibujo vemos, por ejemplo que por cada rombo hay 3 círculos. Completamos la tabla con observaciones similares. Con ayuda de la tabla podemos concluir que como en la figura hay 8 rombos, entonces debe haber 120 medialunas.

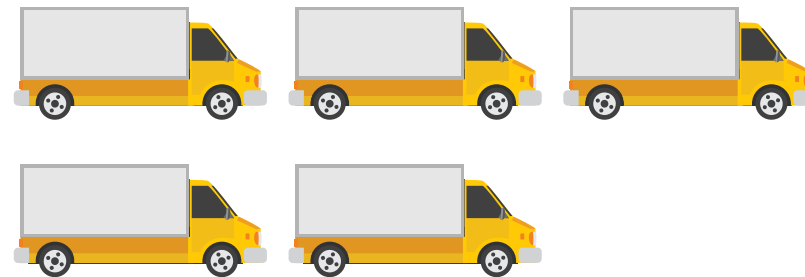
E1 Ensayo y Error

“Intentemos con este valor y veamos qué sucede...”

Esta estrategia consiste en proponer posibles respuestas al problema y verificar, según las condiciones del enunciado, si estas son en efecto una respuesta válida. Errar significa equivocarse, con estas equivocaciones aprendemos más sobre el problema y podemos seguir intentando con otras posibles respuestas, hasta que finalmente encontremos la correcta. Tenemos la libertad de estrategia si se torna difícil dar con la respuesta correcta. Esto no debe verse como un fracaso, pues habremos aprendido muchas cosas en el camino y habremos comprendido más el problema.

Ejemplo

Distribuiremos 26 canecas en 5 camiones: en el primer camión se pondrán menos de 4. El resto de canecas se repartirá equitativamente entre los camiones restantes. ¿Cuántas canecas deben colocarse en el primer camión?



Uso de la heurística: Ensayemos a resolver este problema suponiendo que pusimos una caneca en el primer camión. De ser así, nos quedan 25 ($26-1$) canecas para distribuir en 4 camiones, lo cual no se puede porque 25 dividido entre 4 no es igual a un número entero. Bueno, tratemos de nuevo: si ponemos 2 canecas en el primer camión, nos quedan 24 canecas para distribuir equitativamente en 4 camiones, lo cual es posible (6 por camión).

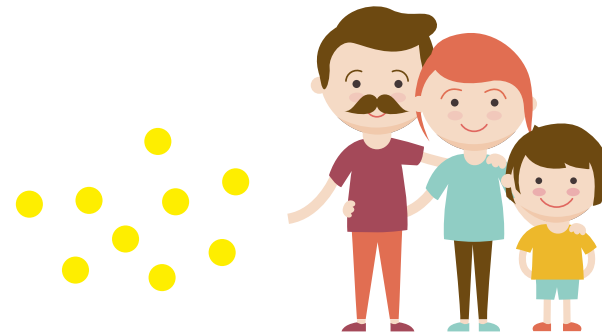
E2 Personificar las acciones

“Vamos a actuar este problema entre todos”

Esta estrategia consiste en “vivenciar” el problema y simular las acciones matemáticas descritas en su enunciado. Esto ayuda a comprender muy bien el problema. Esta heurística es de particular importancia en los primeros grados.

Ejemplo

Laura tenía cierta cantidad de pimpones. Ella regaló 4 a su mamá y después regaló 2 a su papá. Si Laura terminó con 3 pimpones, ¿cuántos pimpones tenía al comienzo?



Uso de la heurística: podemos motivar a los estudiantes a tomar un montón de pimpones (no importa en un comienzo que no se tenga el número correcto, que es 9) y personificar las acciones: escoger a una estudiante que personifique a Laura. Ella le debe entregar 4 a una estudiante (que representa la mamá), 2 a otra persona que representa su papá. Al final, recordar a los niños que deben terminar con 3 pimpones. A partir de esta dramatización los estudiantes comprenderán las relaciones entre las cantidades y podrán razonar para concluir que la respuesta al problema es 9, ya que si a 9 le quitamos 4 y luego 2, nos queda 3.

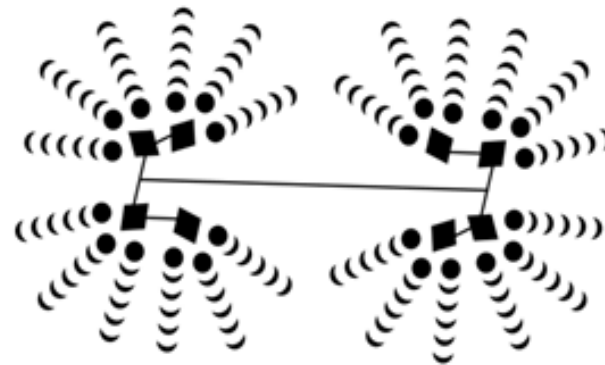
E3 Buscar Patrones

“¿Qué patrones observas en la figura o en los datos?”

Esta estrategia consiste en hallar regularidades en la información que presenta el problema (ya sea patrones numéricos, simetrías o repeticiones en dibujos y figuras o comportamientos regulares en tablas y gráficas estadísticas, entre muchos otros). Estos patrones pueden estar “escondidos” en el enunciado y a través de la exploración se deben descubrir.

Ejemplo

¿Cuántas medialunas hay en la figura de abajo?



Uso de la heurística: Pensemos en las relaciones que la imagen sugiere entre las distintas figuras. Podemos ver el siguiente patrón: por cada rombo hay 3 círculos cerca a él. También, por cada círculo hay 5 medialunas cerca a él. Además, la imagen se compone de dos imágenes iguales (una a la izquierda y otra a la derecha). A partir de este patrón, podemos multiplicar para hallar la cantidad de medialunas: $2 \times 4 \times 3 \times 5$. Al multiplicar podemos hallar la respuesta (120).

E4 Hacer Suposiciones

“Además de las condiciones del problema, vamos a suponer que...”

Esta estrategia consiste en añadir al problema una condición especial que nos ayude a resolverlo o a resolver parte de él. A veces las suposiciones son hipótesis adicionales al problema y debemos ser capaces de resolverlo finalmente sin utilizarlas. La ventaja es que al utilizar la suposición temporalmente, podemos ganar intuición sobre el problema.

La tabla muestra un plan parcial de los minutos que van a correr cada día Lolo y Zully, quienes entrenan para una maratón en el páramo de Chingaza. Si queremos que Lolo y Zully entrenen en promedio el mismo número de minutos por día, completa la tabla de forma que esto se cumpla.

Entrenamientos	L	M	Mi	J	V	S	D
Lolo	?	?	?	?	?	41	13
Zully	28	12	17	13	0	30	60

Entrenamientos	L	M	Mi	J	V	S	D
Lolo	?	?	?	?	?	41	13
Zully	28	12	17	13	0	30	60

Uso de la heurística: Vamos a hacer la suposición que Lolo entrenó el mismo tiempo todos los días hábiles. Esta suposición, que podemos abandonar si creemos conveniente, nos ayuda a movernos en la resolución. Se puede ver que a Lolo le faltan 106 minutos ($160 - 55$) en total para igualar el tiempo total de Zully. Note que 105 entre 5 nos da 21 . Por ende una forma de completar la tabla sería la que se ve a la derecha. Nuestra suposición fue buena para avanzar, pero al final la abandonamos.

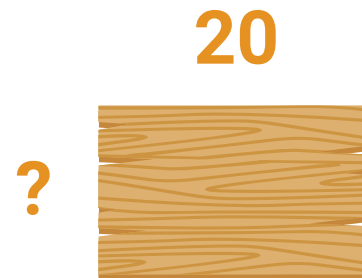
Heurística R1 Reformular el problema

“¿Podemos formular este problema de otra manera?”

Esta estrategia consiste en expresar el enunciado del problema de una forma distinta que permita comprenderlo desde un nuevo ángulo, o utilizando terminología matemática que nos acerque a la aplicación de herramientas que no pensábamos que eran útiles antes de la reformulación. En la reformulación del problema buscamos preservar toda la información que sea matemáticamente significativa del enunciado.

Ejemplo

Vamos a construir una tabla de madera rectangular de área entre 241 y 310 cm², de forma tal que sus dimensiones sean números enteros. Si se quiere que su ancho sea igual a 20 cm, ¿cuáles son los posibles valores de su área?



Uso de la heurística: Podemos reformular este problema utilizando la palabra “múltiplo”. El área de un rectángulo es el producto de su largo y ancho. Queremos que uno de ellos sea igual a 20. Esto significa que el área debe ser un múltiplo de 20, o en otras palabras, 20 debe ser un divisor del área. Así, podemos reformular el problema así: ¿cuáles números entre 241 y 310 son múltiplos de 20? En la reformulación obtenemos una tarea más directa y podemos acercarnos de ella de distintas maneras, por ejemplo, utilizando la tabla del 20.

R2 Pensar en un problema más simple

“¿Puedes pensar en algún problema que sea más simple?”

Esta estrategia consiste en, habiendo primero comprendido el problema, crear uno que sea más simple para resolver, ya sea porque tiene menos elementos, o porque se cambian las condiciones para disminuir su complejidad.

Ejemplo

Laura tenía cierta cantidad de pimpones. Ella regaló 4 a su mamá y después regaló 2 a su papá. Si Laura terminó con 3 pimpones, ¿cuántos pimpones tenía al comienzo?

Uso de la heurística: Pensemos en un problema más simple, que sólo tenga una acción. Por ejemplo, Laura tenía cierta cantidad de frutas y regaló 3 a su mamá. Si Laura terminó con 6 frutas, ¿cuántas tenía al comienzo? Al resolver este problema comprendiéndolo muy bien, ya será más fácil abordar el problema original

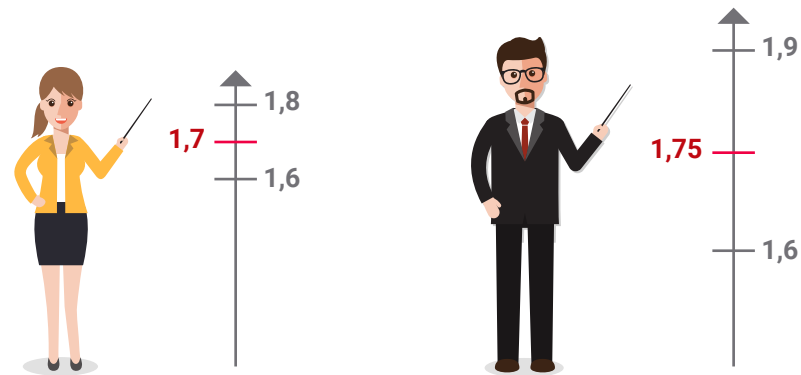
R3 Pensar en un problema parecido

“¿Puedo pensar en algún problema que se parezca a este? ¿Y en qué se parece?”

Esta estrategia consiste en buscar un problema parecido al que se está trabajando y reflexionar sobre los pasos o herramientas para solucionarlo. En esta reflexión será posible ver si algunos de esos pasos o herramientas pueden utilizarse (tal vez con modificaciones) en el problema original. A veces incluso el sólo hecho de pensar en el problema parecido ayuda a comprender mejor el original, pues ellos se pueden contrastar. El estudiante puede crear un banco de problemas para así utilizarlos cuando quiera aplicar esta estrategia.

Ejemplo

Si Jenny mide 1,6 m y el promedio de estaturas entre Jenny y Carlos es de 1,75 m, ¿cuánto mide Carlos?



Uso de la heurística: Pensemos en un problema parecido en donde nos dan las estaturas de Carlos y Jenny, y nos piden determinar el promedio y representarlo gráficamente: Supongamos que Carlos mide 1,8 m y Jenny mide 1,6 m. Vemos que la diferencia es de 0,2 m. Por ende el promedio debe ser 1,7, que se ubica en la mitad entre 1,6 y 1,8.

Ahora volvemos al problema inicial, ya con una comprensión visual del promedio: Como Jenny mide 1,6 m y el promedio es de 1,75 m, entonces Carlos debe medir 1,9 m, para que el promedio esté en la mitad de las estaturas.

R4 Trabajar hacia atrás

Esta estrategia consiste en invertir el orden de los procesos matemáticos correspondientes al problema, lo cual se traduce, por ejemplo, en utilizar suma en vez de resta, o multiplicación en vez de división. Una analogía para esta estrategia es la siguiente: supongamos que estamos en un pueblo nuevo y queremos ir de la plaza a la tienda de zapatos. Si pensamos en cómo llegar a la tienda de zapatos desde el museo, y sabemos como llegar al museo desde la plaza, entonces podremos armar nuestro camino desde la plaza a la tienda de zapatos.

Ejemplo

Laura tenía cierta cantidad de pimpones. Ella regaló 4 a su mamá y después regaló 2 a su papá. Si Laura terminó con 3 pimpones, ¿cuántos pimpones tenía al comienzo?



Uso de la heurística: Nos vamos a devolver en el tiempo de las acciones. Al final Laura tenía 3 pimpones. Lo último que hizo fue regalar 2, entonces antes de eso tenía 5 ($3+2$) pimpones. Lo primero que hizo fue regalar 4 pimpones, luego antes tenía que tener 9 ($5+4$) pimpones. Por esto, Laura tenía 9 pimpones al comienzo.